

## MEASUREMENT OF BETATRON COUPLING IN SAGA-LS STORAGE RING

Shigeru Koda<sup>1</sup>, Yuichi Takabayashi, Takatada Iwasaki, Tatsuo Kaneyasu  
SAGA Light Source  
8-7 Yayoigaoka, Tosu, Saga, 841-0005

### Abstract

Using a linear difference resonance, the linear transverse coupling was measured at a storage ring of Saga light source. As the design tune of the storage ring was close to a difference resonance  $\nu_x - \nu_y = 4$ , the coupling measurement was easily carried out. The obtained coupling value was about 1%. Performance of a skew magnet on the storage ring was also easily measured by the method.

### SAGA-LS蓄積リングにおけるカップリングの測定

#### 1. はじめに

放射光用電子蓄積リングにおいてベータートロンカップリングは、放射光輝度、ビーム寿命等の光源性能を決める上で重要なパラメータである。SAGA-LS電子蓄積リングでは動作点が差共鳴に近く、また強い共鳴が動作点周辺にないことから、差共鳴を利用したカップリングの測定を検討し測定を行った。またこの方法をスキュー4極磁石の性能測定に応用した。本報告では、原理、測定の検討と結果及びスキュー四極試験について報告する。

#### 2. 差共鳴によるカップリング測定

##### 2.1 測定原理

カップリングのないnatural emittance  $\varepsilon_n$  に対し、カップリングのある水平、垂直エミッタンスをそれぞれ  $\varepsilon_x, \varepsilon_y$  とすると、カップリング  $\kappa$  とエミッタンスの関係は、

$$\varepsilon_x = \frac{\varepsilon_n}{1+\kappa}, \quad \varepsilon_y = \frac{\kappa\varepsilon_n}{1+\kappa} \quad (1)$$

である。またカップリング  $\kappa$  は

$$\kappa = \frac{C^2}{C^2 + 2\Delta^2} \quad (2)$$

と表せる。ここで  $\Delta$  はカップリングのない水平垂直チューンの差の小数部で、

$$\Delta = |\nu_x - \nu_y - N| \quad (3)$$

と与えられる ( $N$  は整数)。また  $C$  は coupling coefficient で、蓄積リングのスキュー4極成分  $KL_S = L_s / B\rho \cdot \partial B_x / \partial x$  によって、

$$C = \frac{1}{2\pi} \int_0^L \sqrt{\beta_x \beta_y} KL_S e^{i[\mu_x - \mu_y - (\nu_x - \nu_y - N)\frac{2\pi}{L}s]} ds \quad (4)$$

で与えられる ( $L$  は周長、 $\mu_{x,y}$  は位相進度)。

カップリングが存在する場合、水平垂直チューンは、 $\Delta \rightarrow \infty$  で  $\nu_x, \nu_y$  に一致する二つの固有状態のチューン  $\nu_1, \nu_2$  として

$$\nu_1 = \nu_x - \frac{\Delta}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\Delta^2 + C^2} \quad (5)$$

$$\nu_2 = \nu_y + \frac{\Delta}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{\Delta^2 + C^2} \quad (6)$$

で与えられる[1]。これが観測されるチューンであり  $\nu_{1,2}$  の差は

$$\Delta\nu_{12} = \nu_1 - \nu_2 = \sqrt{\Delta^2 + C^2} \quad (7)$$

であることから、 $\Delta=0$ すなわち差共鳴のとき  $\Delta\nu_{12}$  は最小となり、

$$\Delta\nu_{12} = |C| \quad (8)$$

である。これにより式(2)から動作点でのカップリングが決定される。

##### 2.2 SAGA-LSにおけるカップリング測定の検討

SAGA-LS蓄積リングはデザインラティス  $(\nu_x, \nu_y) = (5.796, 1.825)$  で運転されている[2]。水平垂直のチューン差は  $\nu_x - \nu_y = 3.971 (= 4 - 0.029)$  と差共鳴に近く、 $\Delta = -0.029$  である。近傍に強い共鳴は無く、1ファミリーの4極電磁石の励磁電流を微小変化させることでデザインチューンから直接到達できると考えられる。

一般に  $N$  個から成るファミリー4極電磁石(QF1)の励磁の微小変化に対するチューンシフト  $\Delta\nu$  は、水平垂直それぞれ、

$$\Delta\nu_x = \frac{1}{4\pi} N\beta_x \Delta k L, \quad \Delta\nu_y = -\frac{1}{4\pi} N\beta_y \Delta k L \quad (9)$$

である。差共鳴を実現するには  $\Delta = |\Delta\nu_x - \Delta\nu_y|$

<sup>1</sup> E-mail: koda@saga-ls.jp

を満たすようにチューンシフトを起こせばいい。  
チューンシフトを発生させる磁石として4極磁石3  
ファミリーの中のQF1[3]を使用することとした。(9)  
式よりQF1の必要なKL積の変化は

$$\Delta KL = \frac{4\pi\Delta}{N(\beta_x + \beta_y)} \quad (10)$$

となる。QF1ではベータトロン関数(計算値)は  
 $\beta_x = 7.5 \text{ m}$ ,  $\beta_y = 7.9 \text{ m}$ ,  $N = 16$ であり、 $KL = 1.073 / \text{m}$   
に対し $\Delta KL = -0.00148 / \text{m}$ である。必要なQF1の励磁  
電流変化は $\Delta I = \partial I / \partial KL \cdot \Delta KL$ である。  
 $dI / dKL = 626.2 \text{ Am}$ より、必要な電流変化は  
 $\Delta I = 0.93 \text{ A}$ と見積もられる。

電磁石制御系及びチューン測定系が $\Delta I$ を制御し、  
差共鳴を観測するのに十分な分解能を有するか検討  
する。QF1の現状の電流制御分解能は $\delta I = 0.01 \text{ A}$ で  
 $\delta I / \Delta I \sim 1\%$ である。デザインチューンから差共鳴  
に至る領域で十分な制御精度がある。またチューン  
測定系の分解能は $\sigma_i \sim 0.0004$ で $\sigma_i / \Delta \sim 1.4\%$ であ  
る。電磁石制御分解能はおよそチューン測定分解能  
と同じ程度であり、差共鳴領域でのチューン制御及  
び測定に十分な分解能を有すると考えられる。また  
チューンの分解能からカップリング $\kappa$ の分解能はお  
よそ $\sigma_\kappa \sim (\sigma_i / \Delta)^2 = 1.9 \times 10^{-4}$ であり、一般的  
蓄積リングのカップリングの大きさからは十分な分  
解能を有すると考えられる。

### 3. 測定

ビームエネルギー1.4GeVにおいてデザインラティ  
ス付近からQF1電流を変化させ、ベータトロン  
チューンの測定を行った。チューン $\nu_{1,2}$ はRFKOシ  
ステム[4]を用いて、スペクトラムアナライザ上  
のサイドバンドとして観測された。チューン測定結  
果を図1に示す。図から差共鳴を実現するためのQF1  
電流値 $\Delta I$ に前節の見積もりと差がある。デザイン  
ラティスにおけるベータトロン関数の実現精度は  
 $10^{-1}$ 程度[3]であるため、主にベータトロン関数に由  
来すると考えられる。また図2に測定の際のスペク

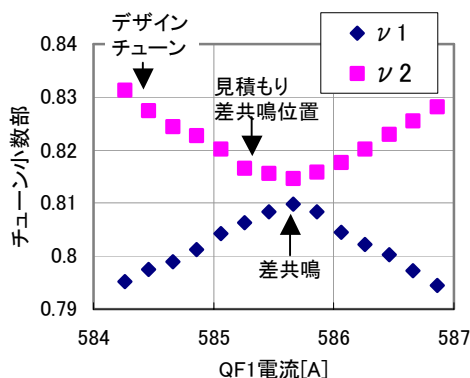


図1 励磁電流に対するチューンの変化

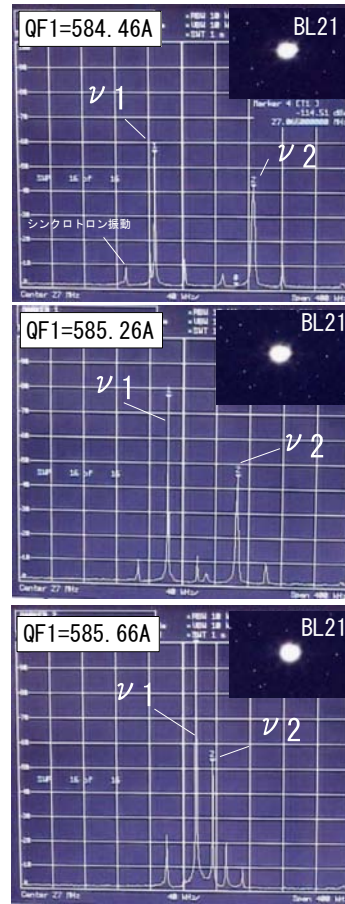


図2 QF1励磁電流に対するベータトロン振動  
のサイドバンドの変化。QF1電流584.66 A、  
585.66 Aがそれぞれデザインチューン、差共鳴  
に対応。画面内右上の画像は観測ラインBL21で  
観測された放射光。

トラムアナライザ画面上のサイドバンドの変化を  
示す。図2に示したようにQF1の電流変化に応じて  
デザインチューンから差共鳴にかけて明瞭なサイド  
バンドの接近、カップリング増大によるビーム形状  
の変化が明瞭に観測された。

### 4. 解析

(7)式より、あるQF1電流値 $I$ に対しては

$$\Delta \nu_{12}^2(I) = \Delta^2(I) + C^2 \quad (11)$$

である。電流が $\Delta I$ 変化した場合、(9)式から

$$\nu_{12}^2(I + \Delta I) = \left( \Delta + \frac{1}{4\pi} N(\beta_x + \beta_y) \frac{dKL}{dI} \Delta I \right)^2 + C^2 \quad (12)$$

となる。上式において $\Delta$ 、 $C$ 及び $\beta_x + \beta_y$ をフィッ  
ティングパラメータとし、測定された $\nu_{12}^2$ をフィッ  
トした。測定された $\nu_{12}^2$ のうちカップリングが顕著  
となる差共鳴近傍の7点をフィッティングデータと  
して採用した。図3にフィッティング結果を示す。  
coupling coefficientの値として $C = 0.0043 \pm 0.00053$ が

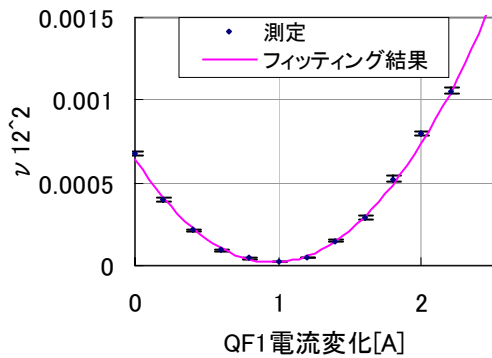


図3 QF1電流変化に対する $\nu_{12}^2$ の測定及びフィット結果。

得られた。これから (2)式によりデザインチューンでのカップリングは、 $\kappa=0.0109 \pm 0.0013$ であった。

### 5. スキューマグネット性能試験への応用

SAGA-LSでは蓄積リングの6極電磁石(SF)内ステアリング電磁石1台(SFX13)をスキュー電磁石に改造した[5]。この電磁石のスキュー制御試験を差共鳴を用いて行った。ビーム蓄積後前述の測定と同様な方法でQF1励磁電流を強め差共鳴状態を作った。この状態でスキューSFX13の励磁を行い、励磁電流に対する $\Delta\nu_{12}$ を測定した。

SFX13励磁によって蓄積リング全体のカップリングは(4)式からリング固有のカップリングとSFX13のカップリングの複素数和になる。リング固有、SFX13、それぞれのcoupling coefficientを $C_s$ 、 $C_0$ とすれば、リング全体のカップリングは、

$$C = C_s + C_0 \quad (13)$$

と表せる。SFX13をカップリングの複素位相の原点にとり、この原点に対するリング固有カップリング

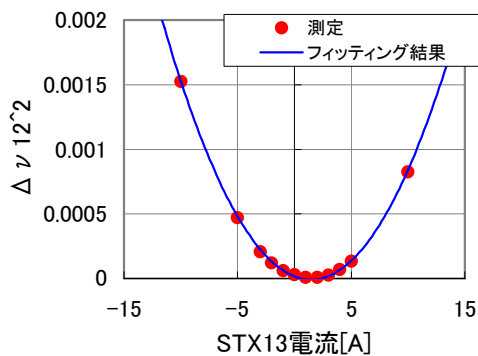


図4 スキュー磁石SFX13電流に対する $\Delta\nu_{12}^2$ の測定及びフィット結果の複素位相を $\theta$ とすると

$$C_s = \frac{\sqrt{\beta_x \beta_y}}{2\pi} KL_s, \quad C_0 = |C_0| e^{i\theta_0} \quad (13)$$

とできる。また測定が完全な差共鳴よりずれた効果を考慮し $\Delta$ の項を残し

$$\Delta\nu_{12}^2 = |C|^2 + \Delta^2 \quad (14)$$

とする。SFX13の励磁電流が小さく磁場飽和の効果が小さいとして、(13-14)式から

$$\Delta\nu_{12}^2 = \frac{\beta_x \beta_y}{4\pi^2} \left( \frac{\partial KL_s}{\partial I} \right)^2 I^2 + \frac{\sqrt{\beta_x \beta_y}}{\pi} |C_0| (\cos \theta_0) \frac{\partial KL_s}{\partial I} I + |C_0|^2 + \Delta^2 \quad (16)$$

となる。SFX13電流変化に対する $\nu_{12}^2$ の測定結果を(16)式でフィッティングすることにより $dKL_s/dI$ が得られる。図4に解析結果を示す。SFX13電流値に対するカップリングの挙動はよく再現されている。スキュー強度については報告[5]の2次元モデル計算で得られた値 $dKL_s/dI=0.00199$  /m2/Aに対し、解析から得られた値は $dKL/dI=0.00282$  /m2/Aであった。約44%大きい。これはSFマグネットの長さ(100 mm)がボア径(86 mm)とほぼ同等で、染み出し磁場による実効長の増大の効果と考える。得られたスキュー強度の値と(16)式より、リング固有のカップリング(～1%)に比べ十分大きなカップリング領域では、SFX13の電流値に対するカップリングは

$$\kappa = 1 - 1/(1 + 0.0069I^2 [A]) \quad (17)$$

と近似出来る。

### 6. まとめ

SAGA-LS蓄積リングにおいて差共鳴を用いたカップリング測定を行った。カップリングは約1%であった。またこの方法でスキュー電磁石の性能測定も行った。デザイン動作点が差共鳴に近く、差共鳴によるスキュー測定は簡便かつ有効であった。

### 参考文献

- [1] G. Guinard, Physical Review E51(1995),6104
- [2] S. Koda et al., Proceedings of the 3th Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan and the 31st Linear Accelerator Meeting in Japan, Sendai, (2006) pp296-298.
- [3] Y. Takabayashi, et al., "Measurements of Lattice Functions of the SAGA-LS Storage Ring", Proceedings of the 4th Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan and the 32nd Linear Accelerator Meeting in Japan, Wako (2007) pp649-651.
- [4] S. Koda, et al., "Bunch Filing Control at SAGA-LS Storage Ring", Proceedings of the 4th Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan and the 32nd Linear Accelerator Meeting in Japan, Wako, Japan (2007) pp655-657.
- [5] Y. Iwasaki, et al., " Skew Quadrupole Magnet at the SAGA Light Source", in these proceedings.