

STUDY ON CROSS-SECTION OF NONCIRCULAR BEAM DUCT TO REDUCE TUNE SHIFT INDUCED BY RESISTIVE-WALL WAKE FIELD

Kyo Shibata¹, Yusuke Suetsugu
High Energy Accelerator Research Organization (KEK)
1-1 Oho, Tsukuba, Ibaraki, 305-0801

Abstract

The strength of the resistive-wall wake fields of noncircular beam ducts (parallel plates, racetrack, beam duct with antechambers) were estimated numerically with MAFIA electrostatic solver (2D). To investigate the relationship between the tune shift and the wake field, the tune shifts in the parallel plates with several vertical separations were calculated analytically. On the basis of the results of the parallel plates, the tune shifts in the racetrack duct and the beam ducts with antechambers were estimated from the wake fields. The tune shift in the racetrack duct was consistent with the measured value of KEKB electron ring. In the case of the beam duct with antechambers, it was found that the resistive-wall wake field and tune shift could be reduced by adopting the elliptically-shaped beam channel instead of circular beam channel.

Resistive-wall チューンシフトを低減するための 非円形ビームダクト断面形状の検討

1. はじめに

非円形ビームダクトでは、resistive-wall ウェイクフィールドに4極成分が含まれるため、ビームのベータatron振動数にずれ(チューンシフト)が生じる。例えばKEKB B-factory (KEKB) の場合、電子蓄積リング (High Energy Ring, HER) ではレーストラック型の非円形ビームダクトを使用しているが¹⁾、蓄積電流1 Aあたり水平・垂直方向共に0.03程度のチューンシフトが観測されている²⁾。

次世代の高ルミノシティコライダーである SuperKEKBでは、その強烈な放射光の対策としてアンテチェンバー付きビームダクトの採用を予定しているが³⁾、ダクトの断面形状が非円形となるため、チューンシフトが大きくなり、その対策が必要となる可能性がある。そこで我々は、SuperKEKB用のアンテチェンバー付きビームダクトにおける resistive-wall チューンシフトを評価し、チューンシフトを低減するためのビームダクト断面形状の検討を開始した。

2. チューンシフトの評価方法

2.1 Resistive-wall ウェイクフィールドの4極成分の評価法

Resistive-wall ウェイクフィールドの4極成分は、MAFIA electrostatics solver (2D)を用いて評価する。ダクトの中心(ビーム軸上)の電位を1 V、ダクト壁の電位を0 Vとし、MAFIAによりダクト内の静電場 E を計算する。ビーム軸付近の電場は、0極成分 E_0 と4極

成分 E_q のみからなるとし、 E_0 と E_q はそれぞれビーム軸からの距離に反比例、比例すると仮定する。この時、x軸上とy軸上の電場 E_x 、 E_y はそれぞれ、

$$E_x = A_{E0x}(1/x) + A_{Eqx}x \quad (1)$$

$$E_y = A_{E0y}(1/y) + A_{Eqy}y \quad (2)$$

と表すことができる。ここで、 $A_{E0x,y}$ 、 $A_{Eqx,y}$ はそれぞれ、x、y軸上における0極成分と4極成分の大きさを表す定数である。各軸上の x 、 $y = 1, 5$ mmにおける E_x 、 E_y の値と上式を用いて $A_{E0x,y}$ 、 $A_{Eqx,y}$ を算出し、 $A_{Eqx,y}$ を4極成分の強さの指標として使用する。

2.2 Resistive-wall チューンシフトの評価法

上記の方法で得られた $E_q(A_{Eqx,y})$ に対応するチューンシフトを求めるために、まず平行平板における E_q とチューンシフトの関係を調べる。平行平板におけるチューンシフトの評価には、次の式を用いる⁴⁾。

$$\Delta v_x = \frac{-\Gamma}{2\sqrt{2}v_x\omega_0^2} \left\{ g(v_x) - \frac{L}{c}\sqrt{2}h \right\} \quad (3)$$

$$\Delta v_y = \frac{-\Gamma}{2\sqrt{2}v_y\omega_0^2} \left\{ 2g(v_y) + \frac{L}{c}\sqrt{2}h \right\} \quad (4)$$

$$\Gamma = \frac{\pi N r_0 c^2}{6 \gamma b^3} \left(\frac{\delta_0}{2R} \right) \quad (5)$$

ここで、 $v_{x,y}$ はベータatron振動数、 $\omega_0 = \beta c/R$ はビームの回転周波数、 $C = 2\pi R$ は加速器の周長、 L は非円形ダクト部の長さ、 N はビームに含まれる全粒子数、 r_0 は古典電子半径、 γ はローレンツ因子、 c は光速、 $\delta_0 = \sqrt{2/\omega_0\mu_0\sigma_c}$ は回転周波数での表皮深さ、 b は平行平板間距離である。また、 n_b 、 $S_b = C/n_b$ をそれぞれバンチ数、バンチ間隔とした場合、 g は

¹ E-mail : kyo.shibata@kek.jp

$$\frac{1}{n_b} \sum_{m=1}^{n_b} \sum_{k=0}^{\infty} \sqrt{\frac{2}{(k+\frac{mS_b}{c})}} e^{i2\pi\nu(k+\frac{mS_b}{c})} = g(\nu) + if(\nu) \quad (6)$$

の実部であり、resistive-wallウェイクフィールドの2極成分によるチューンシフトの大きさを表す量である。一方、 h は

$$h = \frac{1}{n_b} \sum_{m=1}^{n_b} \sum_{k=0}^{\infty} \sqrt{\frac{1}{(k+\frac{mS_b}{c})}} \quad (7)$$

で与えられ、4極成分によるチューンシフトの大きさを表す量である。なお、今回検討したダクト断面形状では、 g は h と比較して無視できるほど小さくなる。

平行平板間距離 b を変化させながら、MAFIAにより $A_{Eqx,y}$ を、式(3)-(5)により単位電流あたりのチューンシフト $\Delta v_{x,y}/\Delta I$ をそれぞれ計算することで、 $A_{Eqx,y}$ と $\Delta v_{x,y}/\Delta I$ の関係が得られる。任意の断面形状のダクトにおけるチューンシフトは、MAFIAにより評価した $A_{Eqx,y}$ を、この平行平板で得られた $A_{Eqx,y}$ と $\Delta v_{x,y}/\Delta I$ の関係にあてはめることで求める。

3. 結果と考察

3.1 平行平板

平行平板で求めた $A_{Eqx,y}$ と $\Delta v_{x,y}/\Delta I$ の関係を図1に、チューンシフトの計算に用いたパラメータを表1にそれぞれ示す。計算に用いた平行平板間距離 d は、40-90 mmである。平行平板間距離が小さくなるほど、resistive-wallウェイクフィールドの4極成分は大きくなり、チューンシフトも大きくなる。また、同じ平行平板間距離で比較するとHERよりもLER (Low Energy Ring、陽電子蓄積リング)の方がチューンシフトが大きくなるが、これはLERの方がエネルギーが小さく、 I が小さくなるためである。

以後、図1のグラフを用いて各断面形状のビームダクトにおけるチューンシフトの評価を行った。

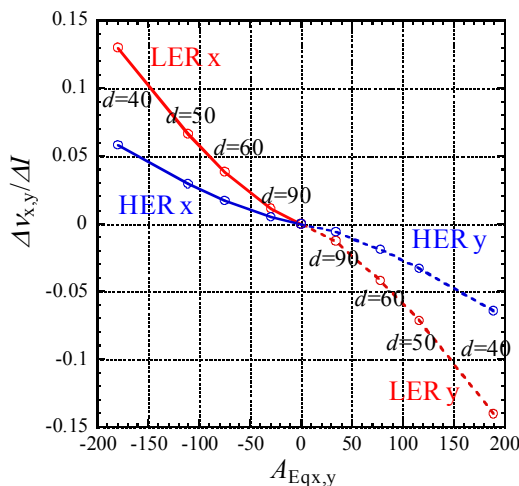


図1. 平行平板における $A_{Eqx,y}$ と $\Delta v_{x,y}/\Delta I$ の関係

表1. チューンシフトの計算パラメーター

LER/HER	
Beam Energy	3.5/8.0 GeV
Beam Current	1 A
$v_{x,y}$	$x:45.506/44.515, y:43.545/41.580$
C	3016 m
L	2200 m
n_b	1584(KEKB), 5018(SuperKEKB)
σ_c	5.4×10^{17} /s (copper)

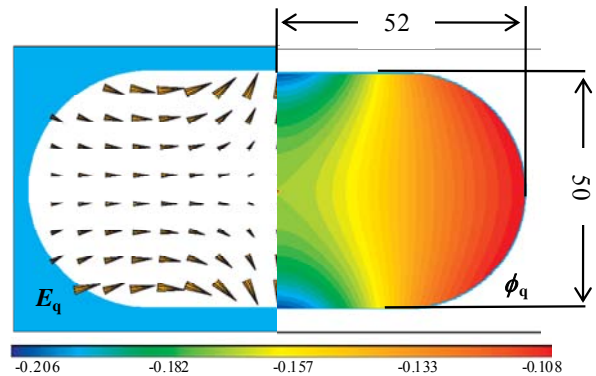


図2. KEKB HER ダクトの resistive-wall ウェイクフィールドの4極成分を表す電場(左)と電位(右)

3.2 KEKB HER 用レーストラック型ダクト

図2に、MAFIAで計算したKEKB HER用レーストラック型ダクト内の E_q 、及び4極成分による電位 ϕ_q を示す。 x, y 軸上の4極成分の大きさはそれぞれ、 $A_{Eqx} = -104.5, A_{Eqy} = 109.4$ であった。これらの値を、図1のHERのグラフにあてはめて得られたチューンシフトは、 $\Delta v_x/\Delta I = 0.028, \Delta v_y/\Delta I = -0.030$ となる。KEKB HERのチューンシフトの実測値は0.03程度なので、この方法で評価したチューンシフトが妥当であることが分かる。

3.3 SuperKEKB 用アンテチェンバー付きビームダクト

今回計算に用いたアンテチェンバー付きビームダクト³⁾の断面形状の一例を図3に示す。ビームチャンネル部は $\phi 40-90$ mmの円形、又はそれらを x 方向につ

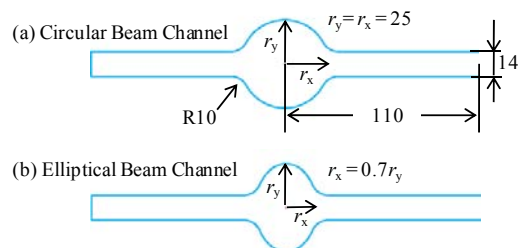


図3. アンテチェンバー付きビームダクトの断面形状 ($\phi 50$ の場合)

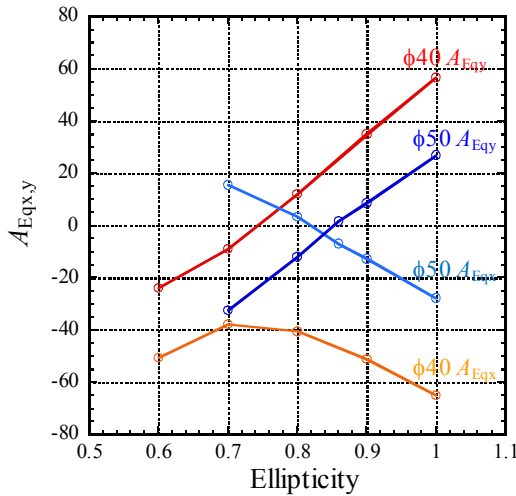


図 4. アンテチェンバー付きビームダクト ($\phi 40, 50$) の Resistive-wall ウェイクフィールドの 4 極成分を表す電場の強さ

ぶした縦長の楕円形である。最大の直径を 90 mm としたのは、電磁石のアパーチャーによる制限のためである。また、コヒーレントシンクロトロン放射による単バンチ不安定性を防ぐためビームチャンネル径を小さくする可能性がある⁵⁾、 $\phi 40$ mm までの検討を行った。楕円形ビームチャンネルでは、y 方向を長径 r_y 、x 方向を短径 r_x とし、扁平率 $\alpha \equiv r_x/r_y = 0.7-1.0$ の場合の 4 極成分を評価した。なお、アンテチェンバーの高さは 14 mm であり、x 方向の深さは 110 mm である。

図 4 に $\phi 40$ と $\phi 50$ の計算結果を示す。 $\phi 50$ の場合、 $\alpha \approx 0.85$ で x 方向、y 方向の 4 極成分がほぼ同時に 0 となった。 $\phi 60-90$ の時も同様に、x 方向、y 方向の 4 極成分がほぼ同時に 0 となる α が存在した。一方、 $\phi 40$ の場合、 A_{Eqy} は 0 になるが、 A_{Eqx} は α を小さくしても 0 にはならなかった。

$\phi 50$ の場合の E_q の絶対値 ($|E_q|$) の等高線図を図 5 に示す。(a) が円形ビームチャンネル ($\alpha = 1.0$) の場合であり、(b) が $A_{Eqx,y}$ がほぼ 0 となる楕円形ビームチャンネルの場合 ($\alpha = 0.86$) である。 $\alpha = 0.86$ では、ビームチャンネル中心部の $|E_q|$ がほぼ 0 である領域が広がっており、4 極成分が打ち消されているのが分かる。

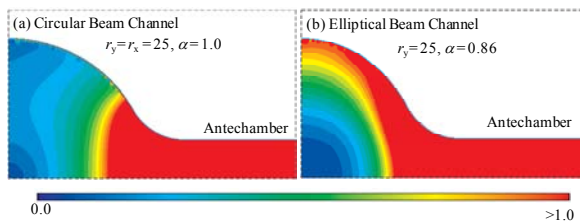


図 5. アンテチェンバー付きビームダクト ($\phi 50$) の Resistive-wall ウェイクフィールドの 4 極成分を表す電場 (絶対値)

SuperKEKB では、安定に運転するためにチューンシフトを 0.1 以下に抑えることを目標としている。図 1 から、それぞれのリングに目標最大電流 (LER : 9.4 A, HER : 4.1 A) を蓄積したときにチューンシフトが 0.1 となる $|A_{Eq}|$ を求めると、それぞれ 30 (LER)、95 (HER) 程度となる。 $\phi 40$ の場合、全てのモデルで $|A_{Eqy}| > 30$ となっているため、LER ではこの条件を満たすことはできない。一方 $\phi 50$ の場合、 $\alpha = 1.0$ のときに $A_{Eq} \approx 30$ となり、円形ビームチャンネルではチューンシフトが 0.1 程度となると予想される。この場合は、ビームチャンネルを楕円形としチューンシフトを小さくすることが必要である。また、 $\phi 60-90$ の場合は、 $\alpha = 1.0$ の円形ビームチャンネルでもチューンシフトは 0.1 以下であった。しかし、これらの場合もビームチャンネルを楕円形にすることで、チューンシフトを更に小さくすることが可能である。

4. まとめ

MAFIA electrostatics solver (2D) を用いて非円形ビームダクト (平行平板、レーストラック型、アンテチェンバー付きビームダクト) の resistive-wall ウェイクフィールドの 4 極成分を評価した。また、平行平板での resistive-wall チューンシフトの解析解を用いて $A_{Eqx,y}$ と $\Delta v_{x,y}/\Delta I$ の関係を調べ、これを基準としてレーストラック型、及びアンテチェンバー付きビームダクトのチューンシフトの評価を行った。レーストラック型では、チューンシフトは約 0.03 であり、KEKB HER での実測値とほぼ一致した。SuperKEKB 用のアンテチェンバー付きビームダクトでは、ビームチャンネル径が $\phi 50$ 以上であれば、ビームチャンネルを楕円形にすることで、チューンシフトの低減が可能であることがわかった。

謝辞

本研究にあたり、生出勝宣氏、金澤健一氏、家入孝夫氏、飛山真理氏には有益な助言を多数いただきました。ここに深く感謝いたします。

参考文献

- 1) K. Kanazawa, et al., Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A **499**, 66 (2003)
- 2) K. Akai, et al., Proceedings of APAC'01, 412 (2001)
- 3) Y. Suetsugu, et al., Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A **538**, 206 (2005)
- 4) A. Chao, et al., Phys. Rev. ST Accel. Beams **5**, 111001 (2002)
- 5) T. Agoh, et al., Proceedings of APAC'04, 88 (2004)