

## Quantitative Evaluation of Transverse Phase Space Tomography

Heishun Zen, Kohichi Kusakame, Toshio Fukui, Yoko Nakai, Toshiteru Kii,  
Kai Masuda, Hideaki Ohgaki, Kiyoshi Yoshikawa, Tetsuo Yamazaki  
Institute of Advanced Energy, Kyoto University  
Gokasho, Uji, Kyoto, 611-0011

### Abstract

Transverse phase space tomography using a quadrupole magnet and a beam profile monitor is very useful for emittance measurements especially for non-Gaussian beams, since this method directly gives transverse phase space distributions. We have tried to apply the method to measure the beam emittance of our FEL driver Linac. We found, however, that this method suffers from both the energy spread of the beam, and the reconstruction noise. So these effects have been evaluated to obtain a reliable result such as introducing noise cut procedures and evaluating the energy spread range where the procedures can be applied. In this numerical study, PARMELA code has been used to simulate each rotation angle profile. Ordered Subsets - Expectation Maximization (OS-EM) algorithm has been applied to reconstruct phase space distributions, The noise cut procedure and the energy spread effects are presented.

### 横方向位相平面分布トモグラフィ法の量的評価

#### 1. はじめに

四重極電磁石とビームプロファイルモニターを用いた横方向位相平面分布トモグラフィ<sup>[1]</sup>は四重極電磁石の磁場強度を変化させながら得た数十枚のプロファイルデータから位相平面分布を再構成し、それより直接的にエミッタンスを算出するため、特に、蛾薄分布とは異なる分布をしているエミッタンスの計測に非常に有用である。我々はこのトモグラフィ法を用い、熱陰極電子銃の特性評価を行ってきた<sup>[2]</sup>。しかし、電子銃出口においては、エネルギー幅が広く、電子分布を再構成する際に生じる雑音により、再構成された位相平面分布に誤差が生じてしまい、正しいエミッタンスが得られなかった。

そこで、再構成された位相平面分布から、エミッタンスを算出する際に、再構成時に生じた雑音と本来あるべき分布とを判別する手法Noise Cut Procedure(NCP)を導入した。そして、この手法を用いることで得られる効果、およびこの手法が適用可能なエネルギー半値幅を検討した。検討に際しては数値シミュレーションを行って実験条件を模擬し、再構成分布のエミッタンス算出結果を評価の対象とした。

#### 2. 数値シミュレーション手法

粒子シミュレーションコードPARMELA<sup>[3]</sup>を用い、図1の様に電子銃、四重極電磁石、プロファイルモニターを模擬する。四重極電磁石の強さを変化させながら、プロファイルモニター上でプロファイルデータを39パターン取得し、それをOrdered Subsets - Expectation Maximization Algorithm<sup>[4]</sup>を実装したトモグラフィプログラムで再構成する。電子銃の共振空洞に印加する電界の強さを変化させて、様々なエネルギー半値幅のデータを得た。

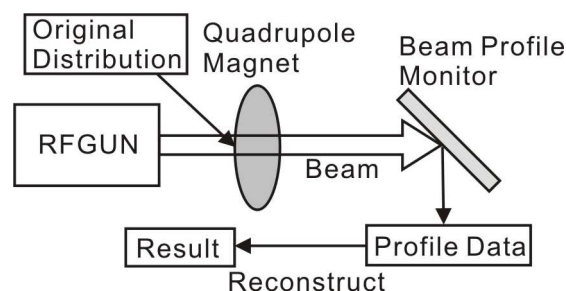


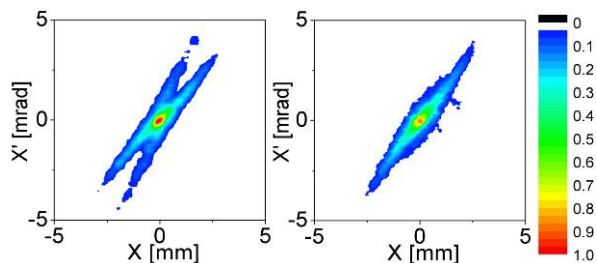
図1：シミュレーションで模擬した状況

#### 3. 結果と考察

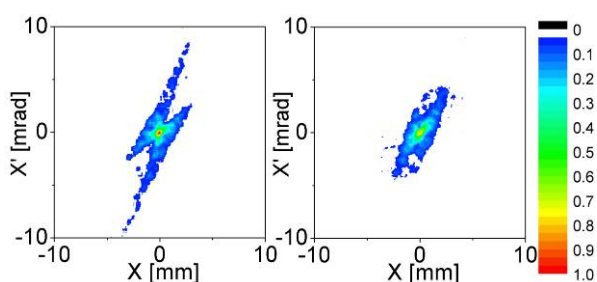
##### 3.1 再構成結果

図2(a)、(b)に典型的な元分布と再構成結果を示す。(a)はエネルギー半値幅が0.3%と小さい場合、(b)はエネルギー半値幅が23%と大きい場合の結果である。(a)、(b)共に元分布には見られるが、再構成結果には見られない部分が存在する。四重極電磁石を用いて力を加え位相平面上で回転させるトモグラフィ法では、エネルギーが異なると、四重極電磁石で与えられる回転角が異なるため、トモグラフィで狙ったエネルギーとかけ離れたエネルギーの電子は本来とは異なる角度で認識される。その様な電子は位相平面上で一意的な角度には再構成されず、再構成分布上に広く薄く分布する事になる。元分布には見られて再構成分布に見られない部分は、この様な低エネルギー電子によるものであり、再構成された位相平面分布においては見えないくらい低レベルの信号になっている。この低エネルギーの電子が広く分布する影響により、(a)では元分布で $10\pi\text{mmmrads}$ であったエミッタンスが再構成結果では $38\pi\text{mmmrads}$ に、(b)では $15\pi\text{mmmrads}$ が $28\pi\text{mmmrads}$ にと非常に大きく

算出されてしまう。そこで、元分布のエミッタンスを得るためにはそれら低エネルギーの電子、再構成時に生じる雑音をカットする必要がある。



元分布  $\varepsilon_n = 10\pi\text{mm mrad}$  再構成  $\varepsilon_n = 38\pi\text{mm mrad}$   
(a) 位相平面分布(Epeak=7.5MeV, FWHM=0.3%)



元分布  $\varepsilon_n = 15\pi\text{mm mrad}$  再構成  $\varepsilon_n = 28\pi\text{mm mrad}$   
(b) 位相平面分布(Epeak=3.6MeV, FWHM=23.6%)

図 2 : 元分布と再構成結果の比較

### 3.2 Noise Cut Procedure (NCP)

再構成された位相平面分布には、回転角や、投影数、低エネルギー電子の影響により、雑音が生じる。元分布のエミッタンスを算出する為には、これら雑音の影響を算出時に取り除く必要がある。

シミュレーションで得られた位相平面分布上のある値(閾値)以下の信号を無視し、エミッタンスを算出したところ、図 3 の様に閾値に依存する。閾値  $x$  の時の見かけのエミッタンス  $\varepsilon$  を  $x$  の関数として、

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + Ax + Bx^2 + Cx^3 + D_1 \exp(-D_2x) \quad (1)$$
 にフィットさせたものが図 3 の実線である。ここで、 $\varepsilon_0$  は予測される元分布のエミッタンスである。

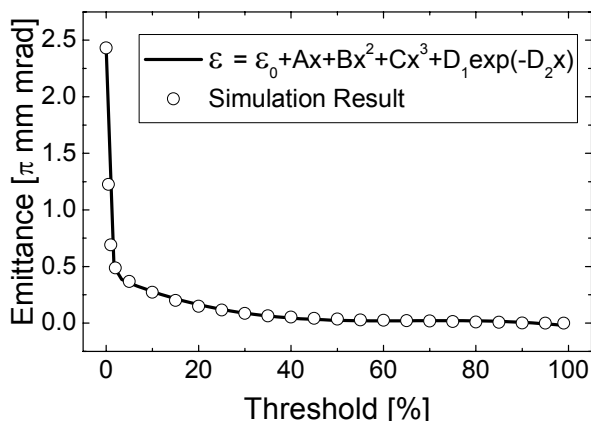


図 3 : シミュレーション結果への Noise Cut Procedure 適用例

### 3.3 エネルギー半値幅への依存性

エミッタンスの算出にNCPを導入し、どの程度のエネルギー半値幅の分布までNCPが適用可能かどうかを検討した。図 4 にエミッタンス算出結果のエネルギー半値幅への依存性を示す。図 4 より、NCPを用いることでエネルギー半値幅が小さい分布においては算出結果が大幅に元分布の値(真値)に近づいている事が分る。しかし、NCP無しの結果と比べて真値との差が小さく、算出結果が改善されているのは 10%程度までで、元分布がそれ以上のエネルギー半値幅を持つ様になると、NCPを使う場合と使わない場合の真値との差がほぼ等しくなり、さらに大きくなると逆転する。

また、エネルギー半値幅が小さい場合でもNCPを用いて得られた結果の真値との差は依然として大きく、大幅に真値よりも小さい値が算出されている。これは、3.1節でも述べた様に、低エネルギーの電子が本来あるべき状態ではなく、広く薄く位相平面上に再構成された結果、NCPによって雑音としてカットされているためであると考えられる。

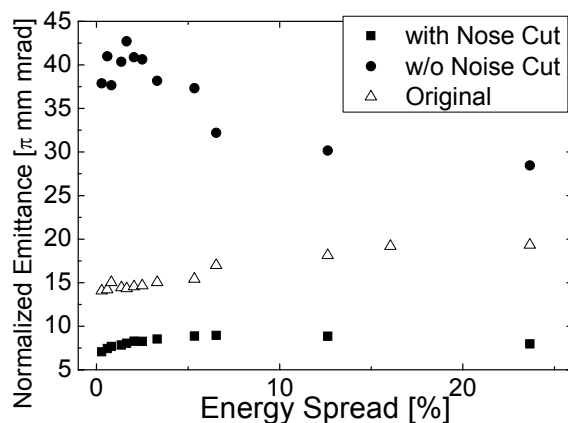


図 4 : 元分布のエネルギー半値幅に対する依存性

### 3.3 再構成結果に寄与するエネルギーの検討

3.2節より、再構成結果にNCPを用いると低エネルギーの電子がカウントされず、エミッタンスが低く算出されると考えられた。そこで、再構成結果にどの程度のエネルギーの電子が寄与しているのかを検討した。元分布のピークエネルギーEpeakに対し、カットオフエネルギーEcutを設定し、それ以下の電子を無視して特定のエネルギーのみカウントした元分布のエミッタンスを算出する。その算出結果と再構成結果にNCPを用いて算出されたエミッタンスとが一致するカットオフエネルギーEcutを求めたところ、図 5 の様になった。図 5 より、ピークエネルギーの約76%以上のエネルギーの電子が再構成結果に寄与していると考えられる。そこで76%以下をカットして算出したエミッタンスと、全エネルギーの元分布、再構成結果の元分布エネルギー半値幅特性をプロットしたグラフを図 6 に示す。図 6 を見ると、76%以下をカットして計算した結果と再構成結

果が非常によく一致している。

また、再構成結果とピークエネルギーの76%以下のエネルギーをカットした元分布の位相平面分布の例を図7に示す。これらを比較すると、(a)では中心付近の細かい部分は雑音に隠れて見えていないものの、それ以外は良く再構成されている。また、(b)では、エネルギー半値幅が広い雑音が目立つが、そのことを除けば元分布の形状が良く再構成できている。また、図2と見比べると、76%以下のエネルギーをカットした結果の方が再構成結果と一致している事が分かる。

以上のエミッタンス算出結果、位相平面上の分布の二点より、トモグラフィ法で再構成し、NCPを使ってエミッタンスを算出するという事は、エネルギーフィルタをかけて位相平面分布を測定し、その位相平面分布よりエミッタンスを算出している事と等価と考えられる。

#### 4. 結論

トモグラフィ法を数値シミュレーションによって定量的に評価した結果、再構成結果からそのままエミッタンスを算出すると、元分布のエミッタンスよりも非常に大きな値が算出された。この為、再構成結果からエミッタンスを算出する際に雑音除去法を導入したところ、元分布に近い値を算出することが可能となった。そして、その雑音除去法が適用できるエネルギー半値幅は約10%程度であった。しかし、低エネルギーの電子が上手く再構成されず、雑音除去によりカットされてしまうため、結果としては、エミッタンスを元分布より低く見積もってしまう。

そこで、ピークエネルギーの76%以下の低エネルギーの電子をカットしたところ、エミッタンス、位相平面分布共によく一致した。これより、トモグラフィ法を用いて位相平面分布を再構成し、雑音を除去してエミッタンスを算出するという事は、エネルギーフィルタリングされた位相平面分布を再構成し、そのエミッタンスを算出する事と等価であることが判明した。

今後は、実際に実験結果にトモグラフィ法を用いて、エミッタンスの計測を行う予定である。

#### 参考文献

- [1] C.B. McKee, et al, NIM A 358 (1995) 264.
- [2] H.Ohgaki, et al, NIM A 528 (2004) 366
- [3] Lloyd M. Young, James H. Billen, LANL, LA-UR-96-1835 (2002)
- [4] H.M. Hudson and R.S. Larkin, IEEE Trans. Med. Imaging, 13:601 (1994).

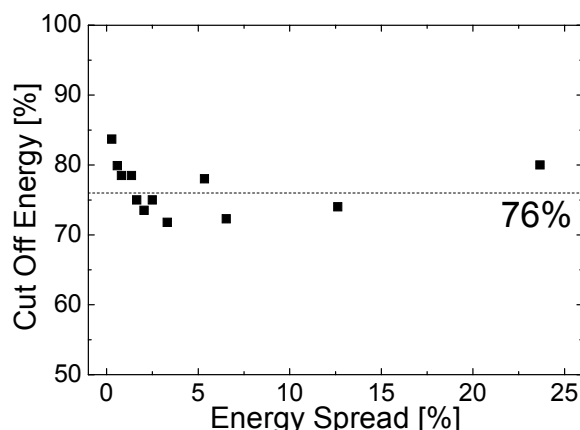


図5：再構成結果と一致する

カットオフエネルギーのエネルギー半値幅依存性

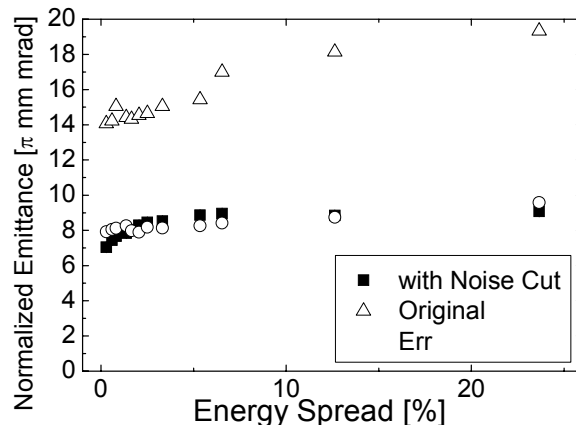
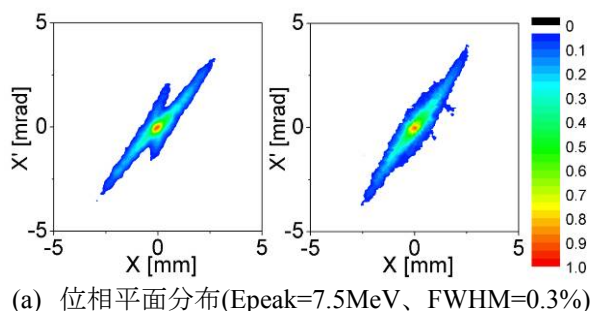
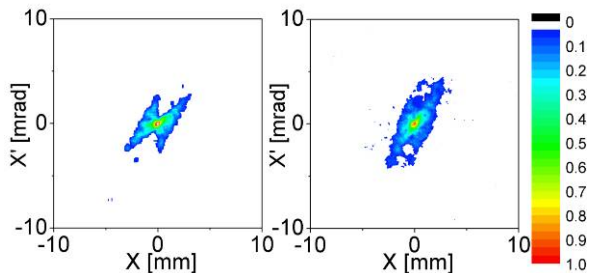


図6：ピークエネルギーに対し76%以下のエネルギーの電子をカットした結果と再構成により算出された結果の比較



(a) 位相平面分布(Epeak=7.5MeV、FWHM=0.3%)



(b) 位相平面分布(Epeak=3.5MeV、FWHM=23%)

図7：ピークエネルギーの76%以下の低エネルギー電子をカットした元分布と再構成結果の位相平面分布の比較  
(左：低エネルギー部をカットした元分布  
右：トモグラフィによる再構成結果)