

# SuperKEKB における Low Emittance Tuning のシミュレーション NUMERICAL SIMULATION OF LOW EMITTANCE TUNING AT SUPERKEKB

杉本寛、大西幸喜、森田昭夫、小磯晴代、生出勝宣  
 Hiroshi Sugimoto, Yuki Yoshi Ohnishi, Akio Morita, Haruyo Koiso, Katsunobu Oide  
 High Energy Accelerator Research Organization (KEK)

## Abstract

SuperKEKB is a double ring  $e^+e^-$  collider aimed to reach new luminosity frontier. The target peak luminosity is  $8 \times 10^3 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ , which is 40 times higher than the world record achieved by the KEKB machine. The basic strategy to break the KEKB's record is 2 times higher beam current and 20 times smaller beam size at the interaction point. In order to obtain the required beam size, we have to stably storage high quality beams and squeeze the beta function. Therefore, one of important accelerator topic in the project is the Low Emittance Tuning (LET) as in high brightness light source projects. We have conducted LET study, such as error sensitivity, alignment strategy and beam optics correction by using numerical approach. Some remarkable simulation results obtained so far are reported.

## 1. はじめに

SuperKEKB<sup>[1]</sup> は人類未踏のルミノシティ・フロンティアを目指す、電子 (7GeV)-陽電子 (4GeV) の衝突型円形加速器である。設計ピークルミノシティは  $8 \times 10^{35} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$  であり、これは KEKB<sup>[2]</sup> が達成した世界記録の 40 倍に相当する。KEKB から SuperKEKB へのアップグレード計画の概要は、ビーム電流値を 2 倍、衝突点でのベータ関数を 20 分の 1 にし、両ビームを比較的大きな交差角 (83mrad) で衝突させる、というものである。衝突点での垂直方向のビームサイズが  $\sim 50 \text{ nm}$  とナノスケールとなることから、我々はこの衝突方式をナノビーム方式<sup>[3]</sup> と呼んでいる。

次世代の放射光リングと同様に、SuperKEKB の衝突方式は低エミッタンスビームを抛り所としているため、電磁石の設置誤差などによるビーム品質の劣化は容易にルミノシティの低下を招く。従って、高品質のビームを実現するための Low Emittance Tuning (LET) が重大な課題となる。SuperKEKB ではゼロ電流値換算での垂直エミッタンスにして、電子リングにおいて 6.6pm、陽電子リングにおいて 2.9pm という超低エミッタンスのビームが要求される。

我々は SuperKEKB 加速器での LET に関して検討してきた。本学会では、これまでの検討結果について報告する。全ての数値シミュレーションは KEK で開発されている加速器用計算コード SAD<sup>[4]</sup> を用いて行われた。また、ここでは特に電子リングに対する検討の結果を示す。

## 2. 衝突点領域のビーム光学

衝突型円形加速器における LET が放射光リングの場合に比べて難しいとされる理由の一つが、衝突点領域 (IR) の存在である。Figure 1 には IR 部の光学関数とビームライン上のソレノイド磁場の分布を示す。それぞれのリングには最終収束電磁石 (QCS) が各 4 台設置される。また、IR には衝突実験で生成した素粒子を分析するために、1.5T のソレノイド磁場が存在する。このソレノイド磁場のビーム光学系への悪影響 ( $x$ - $y$  カップリング、垂直エミッタンスの発生) を極力小さくするために、補

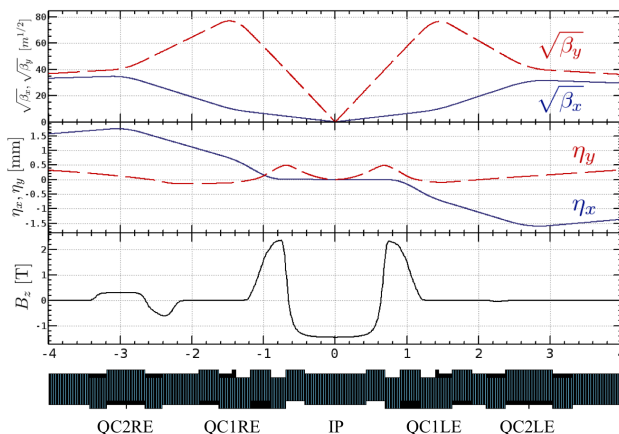


Figure 1: Linear beam optics and solenoid field along the HER beam line in the vicinity of the interaction point.

償用ソレノイドが設置される。ソレノイド磁場の分布は、IR 全域に渡る積分値がゼロになるように、また、そのピーク値もなるべく小さくなるようになるように設計されている。

## 3. 垂直エミッタンスの補正

垂直エミッタンスはビーム水平 ( $x$ ) 方向と垂直 ( $y$ ) 方向のビーム光学の結合 (カップリング) や垂直分散の発生によって悪化する。そのため、何らかの方法により、これらカップリング及び垂直分散、もしくは全ての光学パラータをその設計値に近づけることが出来れば、垂直エミッタンスが補正できると期待される。ここでは、垂直分散関数に関して、その補正方法を述べる。

今、 $i$  番目の Beam Position Monitor (BPM) での垂直分散の設計値を  $\eta_{yi}^0$ 、その測定値を  $\eta_{yi}$  とし、残差  $R$  を

$$R^2 \equiv \sum_i |\eta_{yi} - \eta_{yi}^0|^2 \quad (1)$$

で定義する。測定値  $\eta_{yi}$  は加速器の制御可能なパラメータ (ノブ)  $k_j$  の関数である。垂直分散補正では、残差  $R$

を最小化するようにノブの変化量  $\Delta k_j$  を見つければよい。測定値  $\eta_{yi}$  が  $k_j$  の変化に対して線形に応答すると仮定すれば、解くべき方程式は

$$\mathbf{A} \Delta \mathbf{k} = -(\boldsymbol{\eta}_{yi} - \boldsymbol{\eta}_{yi}^0) \quad (2)$$

と行列表記できる。ここで、行列  $\mathbf{A}$  は  $A_{ij} \equiv \partial \eta_{yi} / \partial k_j$  で定義される応答行列である。良く知られているように、この方程式の解は  $\mathbf{A}$  の特異値分解 (Singular Value Decomposition, SVD) を用いて

$$\Delta \mathbf{k} = -\mathbf{V}\mathbf{W}^{-1}\mathbf{U}(\boldsymbol{\eta}_{yi} - \boldsymbol{\eta}_{yi}^0) \quad (3)$$

と書くことが出来る。但し、 $\mathbf{U}$  と  $\mathbf{V}$  はユニタリ行列、また  $\mathbf{W}$  は  $\mathbf{A}$  の特異値  $\sigma_i$  を対角成分を持つ対角行列である。実際には測定値に何らかの不確かさがあるため、式 (3) においてある閾値以下の特異値を打ち切ることで、補正アルゴリズムの不安定化を防ぐ。本シミュレーションでは閾値  $\epsilon$  により次の式で特異値を打ち切る。

$$\sigma_i^{-1} \equiv \frac{\sigma_i}{\sigma_i^2 + \epsilon^2 \sigma_{\max}^2} \quad (4)$$

ここで、 $\sigma_{\max}$  は特異値  $\sigma_i$  の中で最大のものである。

## 4. シミュレーション

### 4.1 QCS の垂直方向設置誤差

衝突点でのベータ関数を極端に絞る必要があるため、IR にはベータ関数が極端に大きい領域も不可避に存在すること、また、QCS の磁場がアーク部に比べて非常に大きいことから、QCS の設置誤差による光学関数や垂直エミッタンスへの影響は深刻なものとなる。Figure 2 は、LET を施さない場合の、QCS の垂直方向の設置誤差の大きさと垂直エミッタンスの関係を示す。それぞれの線は、各電磁石のミスアライメントの方向の組み合わせが異なる。LET によって一旦目標エミッタンスまで補正できたとしても、 $0.1\mu\text{m}$  オーダーの QCS の振動が存在すると垂直エミッタンスが容易に増大してしまうことが分かる。QCS の振動に関しては、衝突点でのビーム軌道の保持という観点からも検討が進められている。

### 4.2 QCS 横方向設置誤差の補正

ここでは、QCS のみに水平-鉛直方向の設置誤差がある場合を考え、リングのそれ以外の部分にはマシンエラーが存在しないと仮定する。Figure 3 に軌道補正後の垂直エミッタンスとミスアライメントの大きさの関係を示す。各点はエラーの分布が異なる 20 点の平均値である。各 QCS にはそれぞれ二極、歪二極補正コイルが設置されているため、SVD の閾値  $\epsilon$  が十分に小さければ、すなわち測定精度が十分であれば、アライメントエラーを完全に打ち消すようなノブのセットを見つめることが出来る。一方、打ち切りの閾値を大きくしていくと補正後の垂直エミッタンスは増大する。これは誤った二極キックによる余剰な分散の発生や、オプティスクの乱れがリング全周に漏れたことが原因である。KEKB のビーム調整時に使われていた閾値が  $10^{-3} \sim 10^{-2}$  のオーダーであったことを考えると、軌道補正だけでは QCS 横方向設置誤差のエミッタンスへの影響を補正しきれないことが分かる。軌道補正の不完全性によってリング周回部に漏れた光学関数の乱れは、周回部のノブを利用することで補正できることが分かっている。

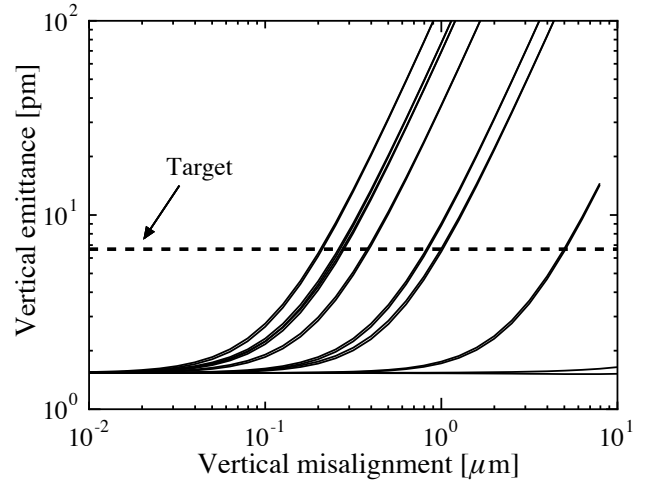


Figure 2: Emittance as a function of vertical misalignment level of the final focusing quadrupoles.

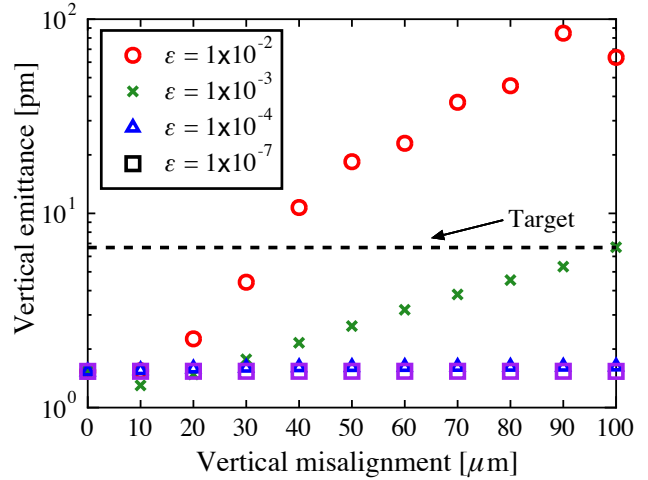


Figure 3: Vertical emittance after orbit correction with different SVD thresholds  $\epsilon$  defined in Eq. (4).

### 4.3 Dispersion Free Steering

ここでは、軌道補正のための二極キックにより発生する分散の発生を抑える方法として、Dispersion Free Steering (DFS)<sup>[5]</sup> を考える。実際に LEP のエミッタンス調整において有効であったことが報告されている<sup>[6]</sup>。DFS ではビーム軌道だけでなく分散関数も評価関数に加える。すなわち

$$R^2 \equiv (1 - \alpha)^2 \sum_i |y_i - y_i^0|^2 + \alpha^2 \sum_i |\eta_{yi} - \eta_{yi}^0|^2 \quad (5)$$

を最小化するようにステアリングのキック角を決める。ここで  $\alpha$  は分散関数補正の軌道補正に対する重みである。Figure 4 は DFS を行った場合の垂直エミッタンスとアライメントレベルの関係を示す (10 サンプル平均)。SVD の閾値は  $\epsilon = 1 \times 10^{-3}$  である。 $\alpha = 0$  は軌道のみ補正に対応する。Figure 4 から、DFS は SuperKEKB のラティスでも確かに有効であることが分かる。補正後の垂直エミッタンスの  $\alpha$  依存性は、エラーの分布や SVD の閾値に依存することが分かっており、実際の運

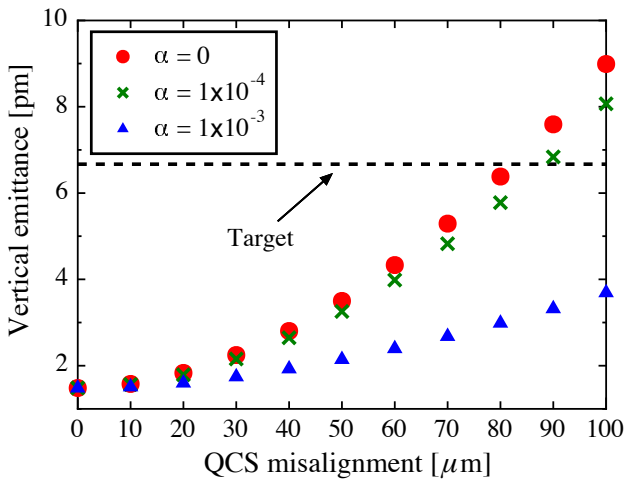


Figure 4: Vertical emittance after DFS correction, where three different  $\alpha$  parameters are assumed.

転でも経験的にも模索する必要があると考えられる。

#### 4.4 リング全周にエラーが存在する場合

QCS の設置誤差に加え、全周の電磁石にエラーがある場合に LET のシミュレーションを行った。シミュレーションで仮定した電磁石のエラーを Table 1 に示す。シミュレーションでは閉軌道に加え、 $x$ - $y$  カップリング、ベータ関数、水平分散関数の全てを補正する。これらの光学関数は BPM により測定したビーム閉軌道や二極キックに対する軌道の応答を解析することで推定する。推定した光学関数から、3. で述べた方法により、ノブの調整量を求める。応答行列  $A$  として、設計ラティスの値を用いる。エラーはガウス分布するとし、個々のエラーは無相関であるとする。但し、標準偏差の 3 倍を超えるエラーは計算から除外した。また、BPM の中心は最寄りの四極電磁石の磁場中心と一致していると仮定した。BPM の読み取り誤差は  $2\mu\text{m}$ 、回転誤差は  $10\text{mrad}$  である。KEKB での実績値を考慮し、SVD の閾値としては  $10^{-2}$  を最小値として補正を行う。

Figure 5 は LET 後のエミッタンスの分布 (100 サンプル) を示す。垂直エミッタンスの平均値は  $2.7\text{pm}$ 、標準偏差は  $0.3\text{pm}$  であり、十分に目標範囲内 ( $\epsilon_y < 6.6\text{pm}$ ) に収まっている。Figure 6 は力学口径の平均値を示す。光学補正により On-momentum の力学口径は回復しているが、Off-momentum に関しては設計値に比べて劣化が見られる。全周の六極電磁石の調整することで、さらなる改善の可能性はあると考えられる。しかしながら、もはやビームは六極磁場の完全な中心を通っている訳ではないため、六極磁場の強さを変えると、カップリングや垂直分散などが発生してしまい、垂直エミッタンスが再び悪化し得る。従って、力学口径とエミッタンスの両方を指標にした補正アルゴリズムが必要であり、現在検討中である。

力学口径劣化の原因を探るために実施したシミュレーションの一例を Fig. 7 に示す。ここでは、それぞれのエラーを個別に与えた場合の光学補正後の力学口径 (20 サンプル平均) を計算した。この図から、少なくとも今回想定した種類のエラーの中では、周回部の四極電磁石

Table 1: Assumed Magnet Errors

	$\sigma_x = \sigma_y$ [ m ]	$\sigma_\theta$ [ rad ]	$\Delta K/K$
Normal Quad	100	100	$2.5 \cdot 10^{-4}$
Sext	100	100	$2.5 \cdot 10^{-4}$
Bend	0	100	0
QCS	100	0	0

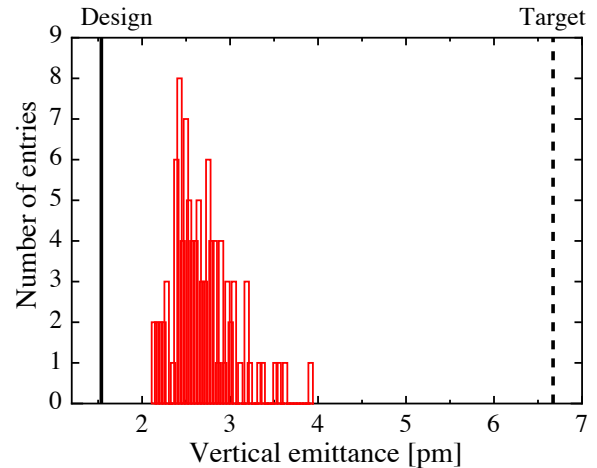


Figure 5: Vertical emittance distribution after LET.

の回転設置誤差からの影響が大きいことが読み取れる。これは、カップリングの乱れが力学口径縮小の主な原因であることを示唆している。一方、同じくカップリング源となる六極電磁石の垂直方向設置誤差に関しては、四極の場合に比べて大きくはない。四極の  $100\mu\text{rad}$  の回転と六極の  $100\mu\text{m}$  の垂直オフセットを比較した場合、SuperKEKB の設計では、六極の方が大きなカップリング源になる。しかしながら、全ての六極電磁石には歪四極巻き線によるカップリングのノブがある。従って、シミュレーションで六極電磁石の垂直方向設置誤差のみを考えた場合、今回想定した測定精度の範囲内ではエラーを打ち消すことが出来る。一方、四極電磁石は六極電磁

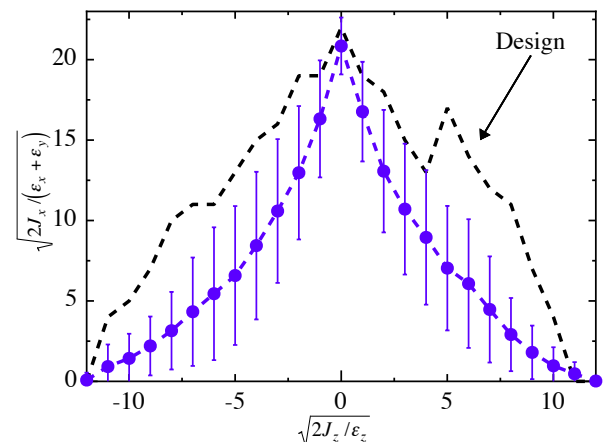


Figure 6: Dynamic aperture after LET.

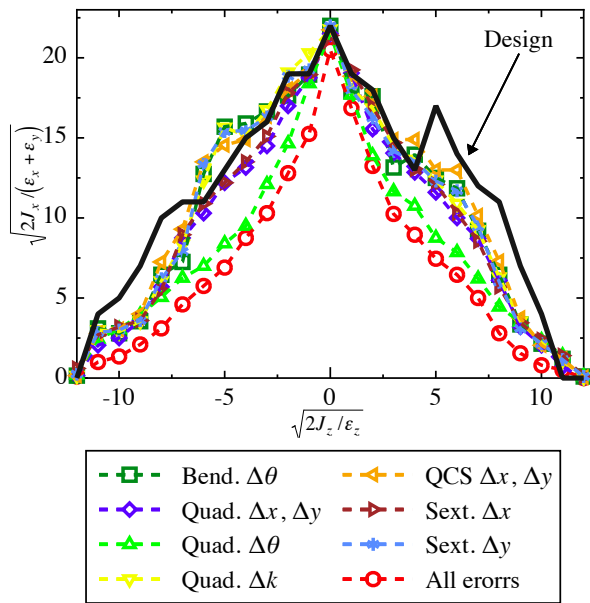


Figure 7: Dynamic aperture for each type of magnet errors.

石に比べて数が多いため、六極電磁石の歪四極巻きのみでは補正しきれなかったカップリングが力学口径を劣化させたと考えられる。以上により、六極電磁石からのカップリングに関しては測定精度を向上させることで、さらに力学口径の劣化を押さえることが期待できるが、四極電磁石の回転に関しては、回転誤差そのものを積極的に減らす努力が必要であると考えられる。

## 5. まとめ

SuperKEKB の LET に関連してこれまでに行った数値シミュレーションの結果を報告した。

まず、QCS の垂直向設置誤差の大きさと垂直エミッタンスの関係調べた。その結果、LET の観点からは QCS の垂直方向の振動の許容値は  $0.1\mu\text{m}$  程度である。

次に、QCS の横方向設置誤差に起因する COD の補正を試みた。シミュレーションによれば、現実的な測定精度では、QCS の設置誤差を完全に推定することはできない。そのため、ビーム光学の乱れが IR からリング全周に漏れ、エミッタンスが目標値を超えてしまう。但し、その場合でも周回部のノブを用いて光学補正を行うことで、垂直エミッタンスは補正できる。さらに、ビーム軌道と垂直エミッタンスを同時に補正する別の方法として LEP で実績のある DFS を検討した。数値計算によれば、DFS は SuperKEKB ラティスでも有効である。

最後に、QCS の横方向設置誤差に加えてリング全周にエラーがある場合に、LET のシミュレーションを行った。その結果、少なくとも、今回想定したアライメントレベル及び、測定精度の場合には、垂直エミッタンスを目標値以下まで補正できることが示された。一方、力学口径に関しては Off-momentum の力学口径の劣化が見られた。この劣化の主な原因は四極電磁石の回転誤差に起因するカップリングの乱れであることが示唆された。

## 参考文献

- [1] BelleII Technical Design Report, KEKReport 2010-1
- [2] KEKB Design Report, KEK Report 95-7
- [3] C. P. Raimondi, 2nd SuperB Workshop, Frascati, Italy, Mar. 16-18, 2006.
- [4] K. Oide, Nucl. Inst. Meth. A 276, 427 (1989).  
<http://acc-physics.kek.jp/SAD/>
- [5] T. Raubenheimer and R. Ruth, Nucl. Inst. Meth. A 302, 191 (1991)
- [6] R. Assmann et al., PRSTAB 3, 121001 (2000).