

## サイクロトロンを中心領域における位相バンチングの解析

### ANALYSIS OF PHASE BUNCHING IN A CENTRAL REGION OF A CYCLOTRON

宮脇信正<sup>#, A)</sup>, 福田光宏<sup>B)</sup>, 倉島俊<sup>A)</sup>, 柏木啓次<sup>A)</sup>, 奥村進<sup>A)</sup>, 荒川和夫<sup>C)</sup>, 神谷富裕<sup>A)</sup>  
Nobumasa Miyawaki<sup>#, A)</sup>, Mitsuhiro Fukuda<sup>B)</sup>, Satoshi Kurashima<sup>A)</sup>, Hirotsugu Kashiwagi<sup>A)</sup>, Susumu Okumura<sup>A)</sup>,  
Kazuo Arakawa<sup>C)</sup>, Tomihiro Kamiya<sup>A)</sup>

<sup>A)</sup> Takasaki Advanced Radiation Research Institute, Japan Atomic Energy Research Agency

<sup>B)</sup> Research Center for Nuclear Physics, Osaka University

<sup>C)</sup> Gunma University Heavy Ion Medical Center, Gunma University

#### Abstract

The mechanism of phase bunching was investigated by the simplified geometric analysis of trajectories which charged particles with different initial RF phases drew from the first to the second acceleration gap in the homogeneous magnetic field. The geometric analysis was applied to the JAEA AVF cyclotron. It was estimated that the phase width of  $\pm 20$  RF degrees at the first acceleration gap was reduced to about 9 RF degrees at the second acceleration gap for an acceleration harmonic number ( $h$ ) 2 and to about 28 RF degrees for  $h = 3$ . The phase bunching effect wasn't obtained for  $h = 1$ . The beam phase at the second acceleration gap for  $h = 3$  was delayed by the location of the first acceleration gap.

#### 1. はじめに

サイクロトロンに異なる時間で入射された荷電粒子は、第 1 加速ギャップでの時間に対する加速電圧の勾配によって、エネルギー利得差が磁場中で軌道半径の差に変換され、第 2 加速ギャップに到達する時間差（位相差）を小さくできる場合があり、これを「位相バンチング」と呼んでいる。位相バンチングは、1960 年代に主流であった内部イオン源のサイクロトロンから引出されるビームの強度を増加するために、Reiser らによって検討された[1]。その後、外部イオン源からの低エネルギービームを輸送し、サイクロトロンへ入射する方式が主流となり、これに対応するための中心領域の改造におけるビームシミュレーションでも、位相バンチングが確認できる結果が Aldia によって報告された[2]。しかし、近年、サイクロトロンへの入射ビームラインにバンチャーが使用されるようになったため、位相バンチングが積極的に利用されなくなり、その発生条件は解明されなかった。

JAEA AVF サイクロトロンでは、照準精度  $1\mu\text{m}$  の数百 MeV 級重イオンマイクロビーム形成で用いる 4 連四重極電磁石での色収差の影響を抑えるために、 $|\Delta E/E| \leq 0.02\%$  FWHM (Full Width at Half Maximum) のエネルギー幅が必要とされた[3]。そこで、エネルギー幅を小さくする 1 つの方法として、ビーム位相幅の狭小化のために、中心領域の改造を行った[4]。改造した中心領域の構造では、シミュレーションによって位相バンチングが加速ハーモニックモード ( $h$ ) 2 の条件で確認され、サイクロトロンから引出したビームの位相測定とシミュレーション結果の考察から位相バンチングが生じていることを確認した[5]。

<sup>#</sup> miyawaki.nobumasa@jaea.go.jp

一般的なサイクロトロンに対する位相バンチングの発生メカニズムを明らかにするため、幾何解析モデルを構築した[6]。サイクロトロンを中心領域は、入射ビームが安定に加速できるエネルギー利得の最も高い RF 加速位相に合わせるため、第 1 から第 2 加速ギャップの開き角がディー電極の開き角と異なる場合が多く、また、第 1 加速ギャップでは全エネルギーに対するエネルギー利得の割合が最も高いため、異なる位相で加速される粒子の軌道半径の差は最も大きい。従って、最初の加速位相による軌道半径の変化と次の加速ギャップまでの開き角によって、第 2 加速ギャップに到達する位相差を小さくできる可能性がある。一方、全エネルギーに対するエネルギー利得の割合は加速の度に減少するため、第 1 加速ギャップで位相差を狭めるために生じたエネルギー利得差は、その後の加速によるエネルギーの総和に対して無視できるくらい小さい。従って、第 1 から第 2 加速ギャップの間だけで近似的に位相バンチングの発生メカニズムを議論できる。

本報告では、幾何解析モデルの構築とそのモデルによる位相バンチングの発生におけるキーパラメータの導出を示した。また、JAEA AVF サイクロトロンへの本解析モデルの適用について詳述した。

#### 2. 位相バンチングの幾何解析モデル

サイクロトロンにおける位相バンチングの発生メカニズムを解明するため、一様磁場を仮定した第 1 から第 2 加速ギャップの間で、異なる初期位相で加速された荷電粒子の軌道から偏向角の差を求める幾何解析モデルを構築し、その配置図を Figure 1 に示す。このモデルでは、サイクロトロンを中心平面上のみ考慮し、プラー電極等によって通常のディー電極の加速ギャップ中心線と異なる  $y = \tan\theta_C x + b$  の直線で表される第 1 加速ギャップの中心線上で、基準

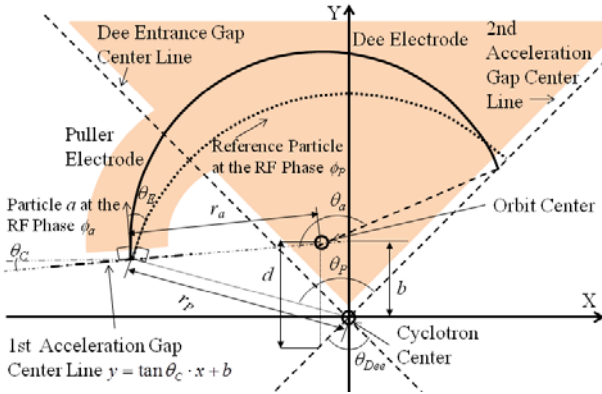


Figure 1: Layout of geometric analysis model.

粒子（破線）と粒子  $a$ （実線）が瞬間的に加速されると仮定する。基準粒子は、加速ギャップの傾きに関係なく、サイクロトロン中心から第 1 加速の位置までの直線に対して垂直方向に加速されると仮定する。この直線と第 2 加速ギャップの間の開き角を  $\theta_p$ 、デー電極の開き角を  $\theta_{Dee}$  とし、Figure 1 のようにデー電極の中心軸を Y 軸とすると、第 1 と第 2 の加速ギャップの位置は、Y 軸に対してそれぞれ  $\theta_p - \theta_{Dee}/2$  と  $\theta_{Dee}/2$  となる。また、最初の加速後の基準粒子の軌道半径  $r_p$  を、サイクロトロン中心から最初の加速位置までの距離に等しいと仮定する。軌道半径  $r_p$  は、非相対論の取り扱いに従って、以下の通りとなる。

$$r_p = \frac{\sqrt{2m_0c^2}}{300B} \sqrt{\frac{M}{Q}(V_{Ion} - V_{Dee} \sin \phi_p)} \quad (1)$$

ここで、 $m_0$  (MeV/c<sup>2</sup>) は原子質量単位、 $B$  (T) は磁場強度、 $M/Q$  は粒子の質量電荷比、 $\phi_p$  は第 1 加速ギャップでの基準粒子の RF 位相、イオン源引出し電圧  $V_{Ion}$  と加速電圧  $V_{Dee}$  は MV 単位とする。 $\phi_p$  は、基準粒子が Y 軸の通過時に 0 となるように、

$$\phi_p = -h \left( \theta_p - \frac{\theta_{Dee}}{2} \right) \quad (2)$$

と定義した。基準粒子の軌道中心はサイクロトロン中心と一致するため、その偏向角は  $\theta_p$  と等しく、第 1 から第 2 加速ギャップまでの位相差は、加速ハーモニック数  $h$  と  $\theta_p$  の積である。

粒子  $a$  は第 1 加速ギャップに対して垂直に加速されると仮定すると、粒子  $a$  と基準粒子の出射角の差  $\theta_E$  は以下の通り表すことができる。

$$\theta_E = \theta_C - \theta_p + \frac{\pi + \theta_{Dee}}{2} \quad (3)$$

粒子  $a$  の軌道半径  $r_a$  は、RF 位相  $\phi_a$  で加速すると、次の通りに表すことができる。

$$r_a = \frac{\sqrt{2m_0c^2}}{300B} \sqrt{\frac{M}{Q}(V_{Ion} - V_{Dee} \sin \phi_a)} \quad (4)$$

粒子  $a$  の軌道中心は、第 1 加速ギャップ上に有るため、以下のように表すことができる。

$$\begin{aligned} x_a &= r_a \cos \theta_C - r_p \sin \left( \theta_p - \frac{\theta_{Dee}}{2} \right) \\ y_a &= r_a \sin \theta_C + r_p \cos \left( \theta_p - \frac{\theta_{Dee}}{2} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

一方、粒子  $a$  の第 1 から第 2 加速ギャップまでの偏向角  $\theta_a$  は、初期位相毎の軌道中心の変化によって異なり、また  $\theta_p$  と異なる。偏向角  $\theta_a$  を求めるため、Figure 1 のように粒子  $a$  の軌道中心から Y 軸と平行に第 2 加速ギャップの延長線との交点までの直線を考える。この直線の距離  $d$  は以下である。

$$d = y_a - \tan \left( \frac{\pi - \theta_{Dee}}{2} \right) x_a \quad (6)$$

この直線と第 2 加速ギャップ中心線とその延長線、及び粒子  $a$  の軌道中心から第 2 加速ギャップ中心線によって作られる三角形から正弦定理を用いて、 $\theta_a$  は以下のように求めることができる。

$$\theta_a = \theta_E + \theta_p + \sin^{-1} \left[ \frac{r_p \sin \theta_p - \sin(\theta_E + \theta_p)}{r_a} \right] \quad (7)$$

第 2 加速ギャップでの基準粒子からの粒子  $a$  の位相差  $\Delta\phi_S$  は、第 1 加速ギャップでの基準粒子と粒子  $a$  の間の位相差  $\Delta\phi_a$  と偏向角の差と  $h$  の積の和であるので、以下のように表せる。

$$\begin{aligned} \Delta\phi_S &= \Delta\phi_a + h \cdot \theta_E \\ &+ h \cdot \sin^{-1} \left[ \frac{\sqrt{1 - V_R \sin \phi_p}}{\sqrt{1 - V_R \sin(\phi_p + \Delta\phi_a)}} \sin \theta_p \right] \\ &- \sin(\theta_E + \theta_p) \end{aligned} \quad (8)$$

ここで、 $V_R = V_{Dee}/V_{Ion}$  である。位相バンチングは  $\Delta\phi_a$  に関する項で生じるため、逆正弦関数の平方根に関係する 4 つのパラメータ  $\theta_{Dee}$ 、 $h$ 、 $\theta_p$ 、 $V_R$  の組合せによって決まる。一方、 $\theta_E$  は  $\Delta\phi_a$  に関係なく  $\Delta\phi_S$  に寄与することから、位相バンチングの強弱にはほとんど影響せず、粒子  $a$  の第 2 加速ギャップに到着する RF 位相を決める。従って、簡単のために  $\theta_E = 0^\circ$  とした場合、位相バンチングの条件は  $|\Delta\phi_S| < |\Delta\phi_a|$  であり、逆に位相デバンチングは  $|\Delta\phi_S| > |\Delta\phi_a|$  である。 $\theta_p = 180^\circ$  の場合、 $\Delta\phi_S = \Delta\phi_a$  となり、位相バンチングが生じない。また、カスケード加速器の後段

側サイクロトロンのような  $V_R$  が非常に小さい場合も、位相バンチングがほとんど生じない。一方、高い  $h$  であるほど、位相バンチングに関する項との積が大きくなるため、位相バンチングが生じやすくなる。

以上より、幾何解析モデルを構築し、このモデルによって位相バンチングのキーパラメーターを導出することができた。

### 3. JAEA AVF サイクロトロンへの適用

幾何解析モデルを 2 ディー、 $\theta_{Dec} = 86^\circ$  の JAEA AVF サイクロトロンに適用するため、位相バンチングに関する 4 つのパラメーターを調べた。JAEA AVF サイクロトロンでは中心領域の改造の結果、 $h = 1, 2$  と  $h = 3$  では、入射するディー電極の方向を変えており、プラー電極が異なる。 $h = 1, 2$  の場合、第 1 加速ギャップの中心線が  $y = \tan(165^\circ) \cdot x + 3\text{mm}$  でほぼサイクロトロン中心を通るため、 $\theta_E$  の差はほとんどなく、 $\theta_p = 118^\circ$  とした。一方、 $h = 3$  の場合、第 1 加速ギャップの中心線が  $y = \tan(-38^\circ) \cdot x - 14.4\text{mm}$  であり、サイクロトロン中心から 10mm 以上ずれるため、第 1 加速ギャップの中心点とサイクロトロン中心を通る直線と加速ギャップの傾きの差は、 $\theta_E = 17^\circ$  であり、基準粒子の第 1 から第 2 加速ギャップまでの開き角は  $\theta_p = 78^\circ$  と見積もった。RF の位相差は  $h$  との積なので、第 2 加速ギャップでは基準粒子に対して 51RF 度と大きく遅れる。また  $V_R$  は、最大ピークディー電圧 60kV、3 つのイオン源で通常運転されている引出し電圧の最大値は約 15kV で、加速するイオン種の条件によって異なるが、ほぼ 2~4 の間で用いられており、ここでは  $V_R = 3$  とした。

第 1 加速ギャップの位相差  $\Delta\phi_a$  と第 2 加速ギャップの位相差  $\Delta\phi_s$  の相関関係を上記のパラメーターを基に式(8)から求めた結果を Figure 2 に示す。Figure 2 において、計算結果の曲線の極小値で位相バンチングの効果が最も得られる。JAEA AVF サイクロトロンでは  $h = 1$  の条件では、 $\Delta\phi_a$  と  $\Delta\phi_s$  の相関関係は傾き 1 の直線に近いので、位相バンチングの効果が得られない。一方、 $h = 2, 3$  の条件では、極小値が存在するため、位相バンチングの効果が得られることがわかる。例えば、第 1 加速ギャップの位相幅を  $\Delta\phi_a = \pm 20$  とすると、第 2 加速ギャップの位相幅は、 $h = 2$  の場合では約 9RF 度、 $h = 3$  の場合では約 28RF 度となった。しかしながら、 $h = 2$  の場合では極小値がほぼ基準粒子の位相であるが、 $h = 3$  の場合では  $\Delta\phi_a = -28$  と基準粒子の位相から離れているため、位相バンチングの効果が弱くなっている。また、 $h = 3$  の場合、第 1 加速ギャップがサイクロトロン中心から離れているために生じる 51RF 度の位相差によって、第 2 加速ギャップでの極小値も  $\Delta\phi_s = 38$  と大きく遅れた。 $h = 3$  の条件では、早い初期位相で入射しても第 2 加速ギャップでは遅れてしまうことから、ビームの軌道中心がサイクロトロン中心から離れて、歳差運動を生じることが想定される。実際に  $h = 3$  の条件のビームでの引出し効率等は、 $h = 2$  の条件に比べて悪く、その原因の一つと考えられる。

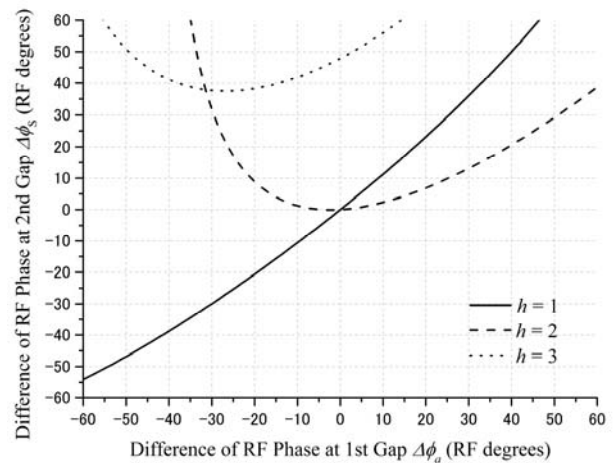


Figure 2: Correlations between  $\Delta\phi_a$  and  $\Delta\phi_s$ .

### 4. まとめ

幾何解析モデルによってサイクロトロンでの位相バンチングの発生機構を解明した。これを JAEA AVF サイクロトロンに適用したところ、 $h = 2, 3$  の条件で位相バンチングは生じるが、 $h = 1$  の条件では位相バンチングの効果が得られないことがわかった。この結果は、これまでのビーム位相の測定の報告[7]と一致しており、幾何解析モデルの正しさが確かめられた。また、実際の運転において、 $h = 3$  の条件での位相の遅れの問題は、加速ビーム位相の制御と解析技術[8]に基づいたトリムコイル磁場調整によって解決し、加速位相のトップでビームを加速することができ、安定にビームをユーザーに提供している。

### 参考文献

- [1] M. Reiser, A. Svanheden and H. A. Howe, IEEE Trans. Nucl. Sci. 12 (1965) 824.
- [2] L. Aldea, J. Reich, and P. Wucherer, in: Proceedings of the 9th International Conference on Cyclotrons and their Applications, Caen, France, 1981, p. 461.
- [3] M. Oikawa, T. Satoh, T. Sakai, N. Miyawaki, H. Kashiwagi, S. Kurashima, S. Okumura, M. Fukuda, W. Yokota, and T. Kamiya, Nucl. Instr. and Meth. B 260 (2007) 85.
- [4] N. Miyawaki *et al.*, Proc. 3rd Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan and the 31st Linear Accelerator Meeting in Japan, 913 (2006).
- [5] N. Miyawaki, M. Fukuda, S. Kurashima, S. Okumura, H. Kashiwagi, T. Nara, I. Ishibori, K. Yoshida, W. Yokota, Y. Nakamura, K. Arakawa and T. Kamiya, Nucl. Instr. and Meth. A 636 (2011) 341.
- [6] N. Miyawaki, M. Fukuda, S. Kurashima, H. Kashiwagi, S. Okumura, K. Arakawa and T. Kamiya, Nucl. Instr. and Meth. A 715 (2013) 126.
- [7] N. Miyawaki *et al.*, Proc. 6th Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan, 183 (2009).
- [8] S. Kurashima, T. Yuyama, N. Miyawaki, H. Kashiwagi, S. Okumura, and M. Fukuda, Rev. Sci. Instrum. 81 (2010) 033306.